

1. Αν 2 μαϊμούδες τρώνε 6 μπανάνες σε 4 λεπτά, να βρείτε πόσες μαϊμούδες μπορούν να φάνε 60 μπανάνες σε 10 λεπτά.

Λύση

Επειδή έχουμε τρία ποσά θα συνδυάσουμε τις μπανάνες με τον χρόνο που τρώγονται.

Άρα 6 μπανάνες σε 4 λεπτά σημαίνει 1,5 μπανάνα στο λεπτό και 60 μπανάνες σε 10 λεπτά σημαίνει 6 μπανάνες στο λεπτό.

$$\frac{\text{μαϊμούδες}}{\text{μπανάνες}} = \frac{2}{1,5} = \frac{x}{6} \quad \text{Τα ποσά είναι ανάλογα, οπότε : } 1,5 \cdot x = 2 \cdot 6$$

$$1,5 \cdot x = 12$$

$$x = \frac{12}{1,5}$$

$$x = 8$$

2. 4 φίλοι μοιράστηκαν μια μεγάλη πίτσα ως εξής: ο Φάνης έφαγε πρώτος τα $\frac{20}{100}$ της πίτσας, ο Γιάννης έφαγε δεύτερος τα $\frac{40}{100}$ του υπολοίπου, ο τρίτος Παναγιώτης έφαγε τα $\frac{50}{100}$ του υπολοίπου και ο Αργύρης ό,τι είχε απομείνει.
 i) Να βρείτε τι μέρος της πίτσας έφαγε το κάθε παιδί.
 ii) Ο Αργύρης λέει στον Παναγιώτη: "εσύ έχεις φάει πιο πολύ από εμένα". Έχει δίκιο ο Αργύρης ;

Λύση

$$\frac{100}{100} - \frac{20}{100} = \frac{80}{100} \text{ το υπόλοιπο}$$

$$\frac{80}{100} \cdot \frac{40}{100} = \frac{32}{100} \text{ έφαγε ο Γιάννης}$$

$$\frac{80}{100} - \frac{32}{100} = \frac{48}{100} \text{ έμεινε για τους υπόλοιπους 2}$$

$$\frac{48}{100} \cdot \frac{50}{100} = \frac{24}{100} \text{ έφαγε ο Παναγιώτης}$$

$$\frac{100}{100} - \left(\frac{20}{100} + \frac{32}{100} + \frac{24}{100} \right) = \frac{100}{100} - \frac{76}{100} = \frac{24}{100} \text{ έφαγε ο Αργύρης, ο οποίος δεν έχει δίκιο}$$

3. Γνωρίζουμε ότι 6 εργάτες μπορούν να ολοκληρώσουν ένα έργο σε 22 ημέρες . Επειδή όμως θελήσαμε να τελειώσει νωρίτερα το έργο , προσλάβαμε από την τρίτη ημέρα άλλους 2 εργάτες. Να βρείτε: σε πόσες συνολικά ημέρες θα τελειώσει το έργο.

Λύση

Τα ποσά εργάτες και ημέρες είναι αντιστρόφως ανάλογα.

$$\frac{\text{εργάτες}}{\text{ημέρες}} = \frac{6}{20} \cdot \frac{8}{x} \quad 8 \cdot x = 6 \cdot 20$$

$$8 \cdot x = 120$$

$$x = \frac{120}{8}$$

$$x = 15 \quad \text{Άρα } 15 + 2 = 17 \text{ ημέρες συνολικά}$$

4. Στην ντουλάπα του ο Δημήτρης έχει 7 άσπρα, 5 μαύρα και 3 μπλε πουκάμισα. Ένα βράδυ καθώς ανοίγει την ντουλάπα του, για να διαλέξει ένα πουκάμισο, σβήνουν όλα τα φώτα από ένα ηλεκτρολογικό πρόβλημα και δεν βλέπει καθόλου τα χρώματα των πουκαμίσων του. Πόσα

τουλάχιστον πουκάμισα πρέπει να πάρει μαζί του διαλέγοντας στην τύχη, ώστε να έχει σίγουρα ένα πουκάμισο από κάθε χρώμα;

Λύση

Με δεδομένο ότι στο σκοτάδι δεν μπορούμε να διακρίνουμε τα χρώματα, ο Δημήτρης θα πρέπει να πάρει τουλάχιστον 13 πουκάμισα, ώστε να είναι σίγουρος ότι έχει απ' όλα τα χρώματα.

5. Αν τρυγήσουμε 10 κιλά σταφύλια, βγάζουμε 8 κιλά μούστο. Από 7,5 κιλά μούστο προκύπτει ποσότητα κρασιού, η οποία εμφιαλώνεται σε 10 ίδια μπουκάλια. Πόσα κιλά σταφύλια ίδιας ποιότητας πρέπει να τρυγήσουμε, ώστε να εμφιαλώσουμε 160 τέτοια μπουκάλια;

Λύση

Έχουμε τρία ποσά, οπότε θα τα συνδυάσουμε όπως στο α' πρόβλημα ή θα δημιουργήσουμε δύο σχέσεις. Ας ακολουθήσουμε τον δεύτερο τρόπο.

$$\frac{\text{κ. μούστος}}{\text{σταφύλια}} = \frac{7,5}{x} = \frac{8}{10} \quad \text{Τα ποσά είναι ανάλογα, οπότε } x = 9,375 \text{ κ. σταφύλια}$$

$$\frac{\text{κ. σταφύλια}}{\text{μπουκάλια}} = \frac{9,375}{10} = \frac{x}{160} \quad \text{Τα ποσά είναι ανάλογα, οπότε } x = 150 \text{ κ. σταφύλια}$$

6. Σε ένα βαθμολογικό κέντρο πανελλήνιων εξετάσεων 60 Μαθηματικοί αναλαμβάνουν τη διόρθωση των γραπτών στα Μαθηματικά. Σε 5 ημέρες έχουν διορθώσει το $\frac{1}{4}$ των γραπτών. Αν τα υπόλοιπα γραπτά πρέπει να διορθωθούν σε 10 ημέρες, πόσοι επιπλέον Μαθηματικοί πρέπει να εργαστούν σε αυτό το βαθμολογικό κέντρο; (Θεωρείται γνωστό ότι όλοι οι μαθηματικοί διορθώνουν τα γραπτά με τον ίδιο ρυθμό.)

Λύση

Αν οι Μαθηματικοί διόρθωναν τα υπόλοιπα γραπτά, δηλ. τα $\frac{3}{4}$, θα χρειαζόνταν τον τριπλάσιο χρόνο, δηλ. 15 ημέρες. Ας λύσουμε το πρόβλημα με αναγωγή στη μονάδα.

Τα ποσά μας Μαθηματικοί και ημέρες είναι αντιστρόφως ανάλογα.

15 ημέρες χρειάζονται για τη διόρθωση των $\frac{3}{4}$ των γραπτών από 60 Μαθηματικούς

1 ημέρα χρειάζεται για τη διόρθωση των $\frac{3}{4}$ των γραπτών από $15 \cdot 60 = 900$ Μαθηματικούς

10 ημέρες χρειάζονται για τη διόρθωση των $\frac{3}{4}$ των γραπτών από $900 : 10 = 90$ Μαθηματικούς

Επομένως χρειαζόμαστε επιπλέον 30 Μαθηματικούς.

7. Ένα δοχείο χρησιμοποιείται για τη συσκευασία λαδιού. Όταν το δοχείο αυτό είναι κατά $\frac{40}{100}$ άδειο, περιέχει 150 γραμμάρια λάδι περισσότερο από όταν είναι κατά $\frac{30}{100}$ γεμάτο. Αν το βάρος του δοχείου, όταν είναι άδειο, είναι ίσο με το $\frac{6}{100}$ του βάρους του λαδιού που περιέχει όταν είναι γεμάτο, να υπολογίσετε πόσο ζυγίζει το δοχείο αυτό, όταν είναι γεμάτο με λάδι.

Λύση

$\frac{40}{100}$ άδειο σημαίνει $\frac{60}{100}$ γεμάτο.

Άρα $\frac{60}{100} - \frac{30}{100} = \frac{30}{100}$ αντιστοιχούν σε 150 γραμμ. λάδι.

Επομένως $150 : \frac{30}{100} = 150 \cdot \frac{100}{30} = 500$ γραμμ. λάδι όλο το δοχείο.

Και $500 \cdot \frac{6}{100} = 30$ γραμμ. το δοχείο.

Οπότε : $500 + 30 = 530$ γραμμ. το δοχείο γεμάτο με λάδι.

8. Στο σαλόνι ενός ξενοδοχείου υπάρχουν 15 άτομα. Οκτώ από αυτά φορούν σακάκι και έξι από αυτά φορούν γραβάτα. Τέσσερα άτομα φορούν και σακάκι και γραβάτα. Πόσα άτομα δεν φορούν ούτε σακάκι ούτε γραβάτα;

A. 4

B. 5

Γ. 6

Δ. 7

Λύση

$8 + 6 = 14$ συνολικά, με σακάκι και γραβάτα.

Μέσα σε αυτούς υπάρχουν 4 που φορούν και τα δύο

Επομένως $14 - 4 = 10$, μόνο σακάκι ή γραβάτα, αφού τους έχουμε υπολογίσει δύο φορές.

Άρα $15 - 10 = 5$ άτομα χωρίς σακάκι ή γραβάτα

9. Ένας πατέρας ξόδεψε το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων του για επισκευή του σπιτιού του. Τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του τα κατέθεσε στην τράπεζα. Τα υπόλοιπα χρήματα τα μοίρασε εξίσου στα παιδιά του και κάθε παιδί πήρε το $\frac{1}{15}$ των χρημάτων.

A) Πόσα παιδιά είχε ο πατέρας;

B) Αν ο πατέρας κατέθεσε στην τράπεζα 200.000€, πόσα ευρώ πήρε κάθε παιδί;

Λύση

$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{13}{15}$ το μέρος των χρημάτων που δόθηκε

$\frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$ των χρημάτων έμειναν για τα παιδιά του.

Άρα ο πατέρας είχε δύο παιδιά, που το καθένα πήρε από $\frac{1}{15}$ των χρημάτων

$200000 : \frac{2}{3} = 200000 \cdot \frac{3}{2} = 300000$ € είχε ο πατέρας.

Επομένως, $300000 \cdot \frac{1}{15} = 20000$ € κάθε παιδί.